スケジュール・ネットワーク図のメタモデル化と活用

2025年11月10日

神奈川大学 石井 信明
n-ishii@jindai.jp

世界へ、そして未来へ 神奈川大学

本資料では、UDフォント（ユニバーサルデザインフォント）を使用しています。

背　景

① 業務の変化

- オペレーショナル型業務からプロジェクト型業務への移行が進行
- プロジェクトマネジメント技術が多くの分野に浸透

② プロジェクトの特性と課題

- 独自の成果物を生み出す業務であり、不確実性と変化を伴う
- 実務では不確実性管理が十分でなく、納期遅延・コスト超過が頻発

③ プロジェクトのトラブルの要因　原因は多岐にわたり、複雑に関連

- 多くは計画段階でのスケジュールと費用の見積り精度に起因

  ➔見積りの精度不足が、費用増加と納期遅延を引き起こし、失敗につながる

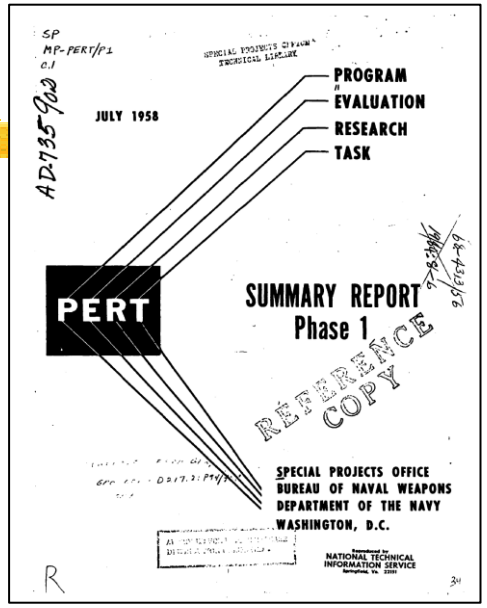
プロジェクトスケジューリング技術の状況

① 近代的プロジェクトスケジューリングの歴史
- 1950年代のPERTに始まり、多くのプロジェクトで実績を蓄積

② 代表的な研究
- 資源制約付きプロジェクトスケジューリング
- クリティカルチェーン法（共有バッファによる変動対応）
- 確率的PERTネットワークでアクティビティの重要度を算出

③ 既存方法の限界
- 条件変更のたびにシミュレーションなど計算負荷の大きい処理が必要
- リソース割り付けなどへの適用がしにくい

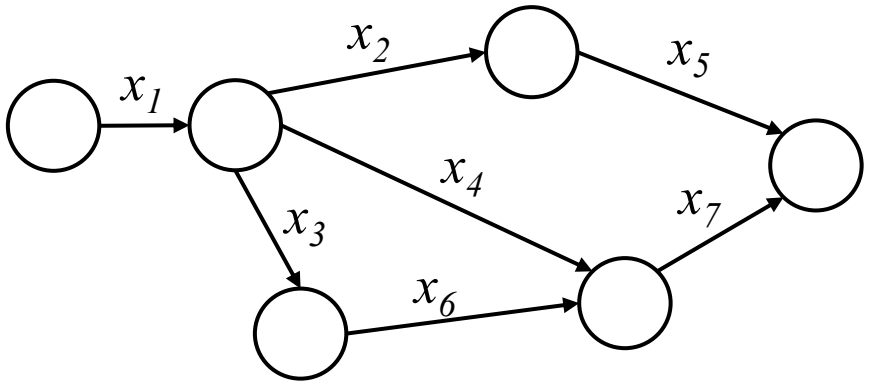
計算負荷が少なく、逐次使用できる方法の開発が必要



Special Projects Office, Bureau of Naval Weapons, Department of the Navy, Washington D.C., Program Evaluation Research Task (PERT), Summary Report; Phase 1 (1958)

研究の目的

- プロジェクト期間を予測する線形式からなるメタモデルにスケジュール・ネットワーク図を置き換え、各アクティビティの重要度(Criticality)を定量的に評価する手法を検討
- プロジェクト期間の予測、各アクティビティへの資源配分の最適化など、メタモデルの活用案を提示



スケジュール・ネットワーク図

プロジェクト期間 の推定値

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + a_6x_6 + a_7x_7 + b$$

スケジュール・ネットワークのメタモデル

シミュレーションによるメタモデリング

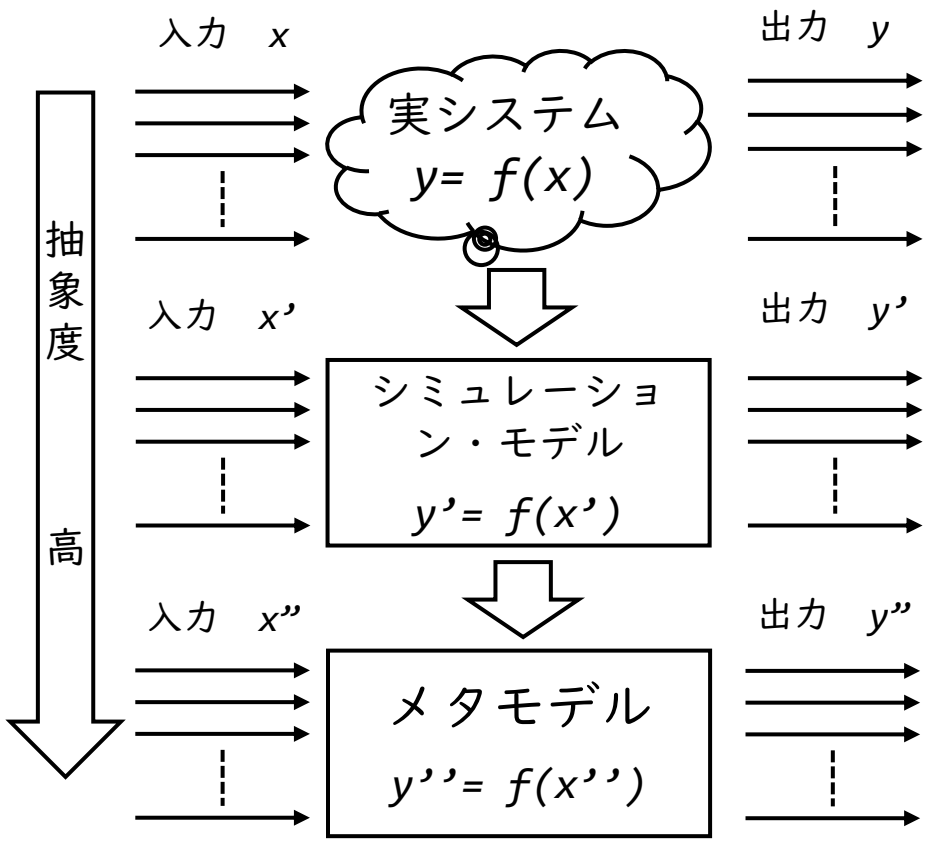
- シミュレーション・モデルによる多くの入出力の結果から、システムの挙動を関数（回帰モデル、Kringingモデル、NNモデルなど）で近似
- メタモデルは、出力を関数 $f(x)$ で簡単に計算

$$f(x) \approx h(Y(x))$$

例）

$$f(x) = 45 + 3.3x_1 + \ln(x_2)$$

Russell R. Barton, Tutorial: Metamodeling for simulation, Proceedings of the 2020 Winter Simulation Conference, 1102-1116 (2020)



Kriging モデル：既知のデータ点に基づいて未知の点の値を予測するための方法。
単なる補間ではなく、統計的な最適予測を行う。
地質学（鉱山探査）、気象学、環境科学、機械学習などで広く使われている。

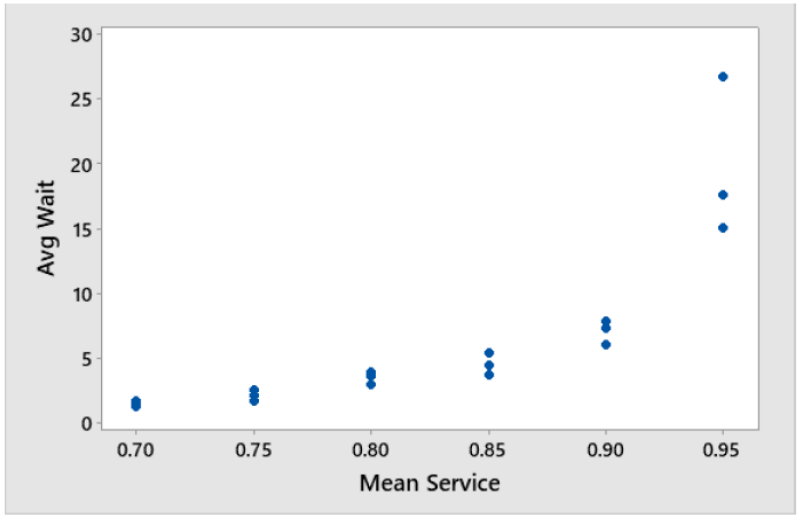
メタモデリングの特徴

- 陽関数（ $y=f(x)$ ）の形をとる
- 決定論的な解を出す（確率論的ではない）
- システムへの洞察を得ることができる
- 簡単に解を求めることができる

  ➔複雑なシステムの挙動を、少ないリソースと短い時間で求めることができる

  ➔シミュレーション・最適化にも使える

メタモデルの例　待ち行列モデル(M/M/1)のメタモデル



Output of M/M/1 experiments, three replications each at six mean service time settings.

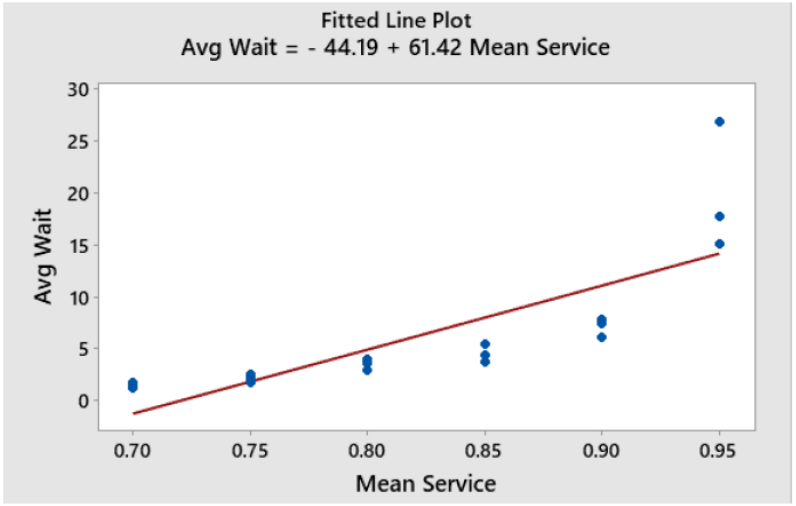


Figure 2: A regression metamodel fitted to the data, with intercept and linear term only.

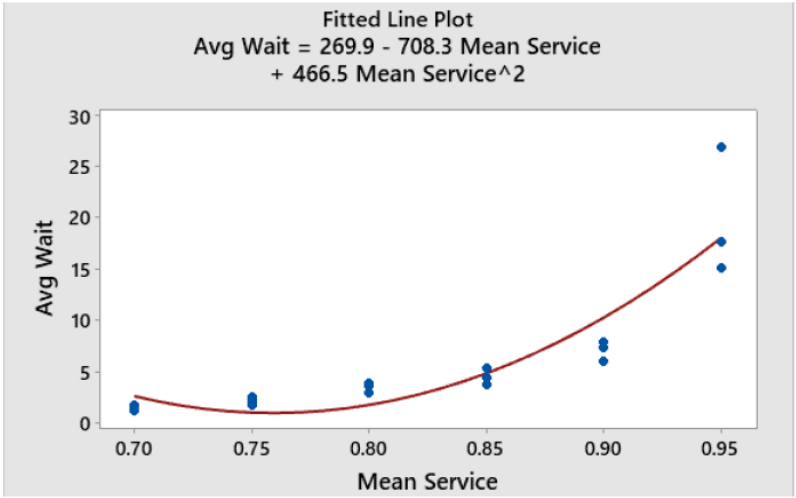
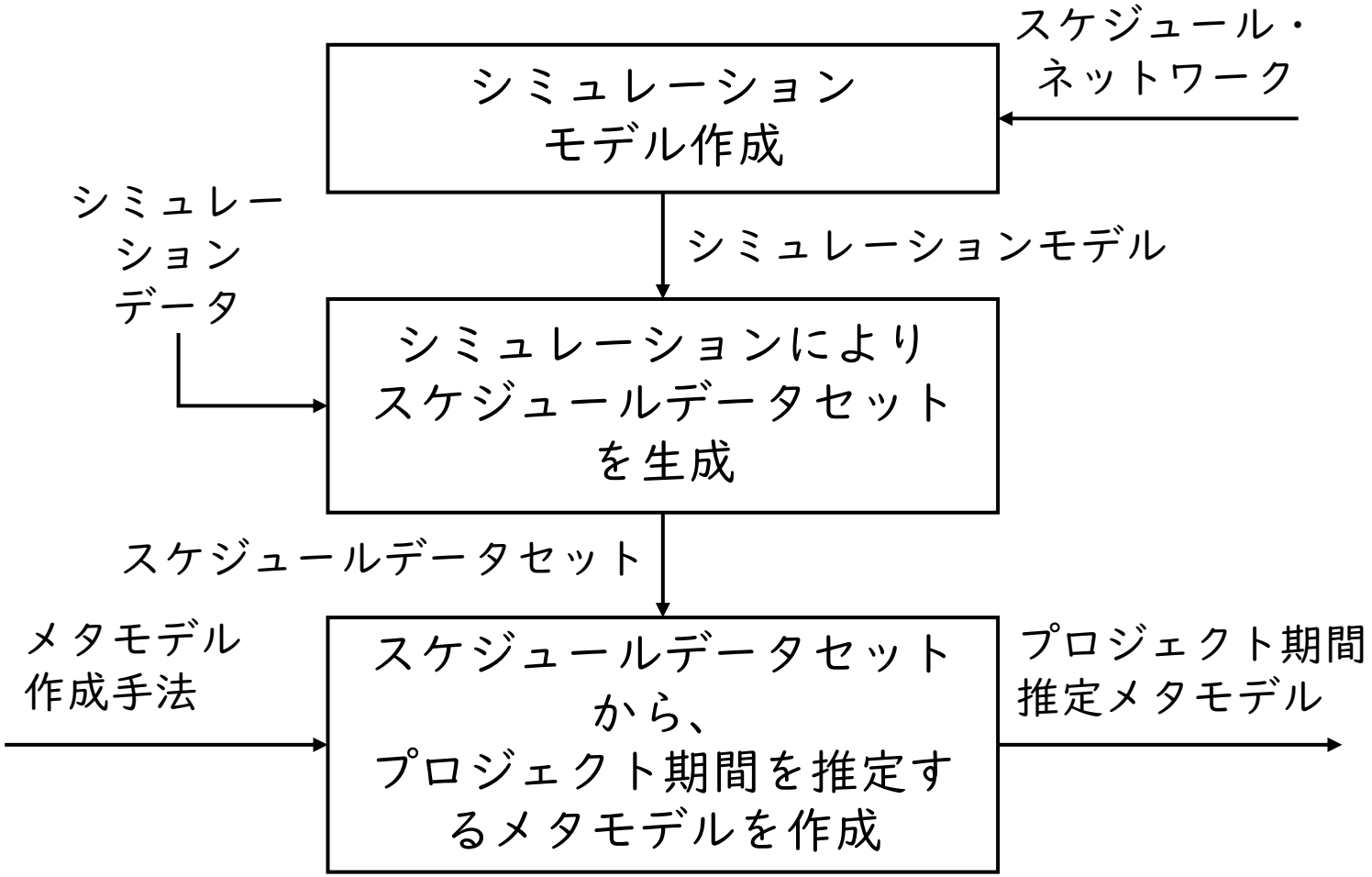


Figure 3: The fitted quadratic regression metamodel is an improvement.

Russell R. Barton, R. R, TUTORIAL: METAMODELING FOR SIMULATION, Proceedings of the 2020 Winter Simulation Conference K.-H. Bae, B. Feng, S. Kim, S. Lazarova-Molnar, Z. Zheng, T. Roeder, and R. Thiesing, eds., 1102-1116 (2020)

提案手法　全体構造



スケジュールデータセット

シミュレーションiのプロジェクト期間y_iと
アクティビティjのアクティビティ時間sx_{ij}の集合

プロジェクト期間 y を推定する
メタモデル

$$y = \sum_{j=1}^{J} a_j \times x_j + b$$

メタモデルの係数a_jをアクティビティjの重要度とする。

メタモデル作成手法Ⅰ　割合法

- I個のデータからなるスケジュールデータセットから、各アクティビティiについて、クリティカルパス（CA_j）を構成する割合a_iを算出
- 算出した割合をアクティビティの重要度とし、プロジェクト期間yを推定するメタモデルの係数に設定

メタモデル　$y = \sum_{j=1}^{J} a_j \times x_j + b$

プロジェクト期間の推定値

- 定数項bをシミュレーションで求めたプロジェクトスケジュール期間y_iと算出した係数a_iによる予測値の差が、スケジュールデータセットにおいて最小となる値として設定

$$a_j = \frac{CA_j}{I}$$

$$b = \left[\sum_{i}^{I} \left\{ y_i - \sum_{j}^{J} a_j \times sx_{ij} \right\} \right] \Big/ I$$

メタモデル作成手法２　最適化法

- N個のスケジュールデータセットについて、次の値を<u>最小化する</u>重要度a_jと定数項bを求める。

$$Minimize \quad \sum_{i}^{I}\{y_i - \sum_{j}^{J}(a_j \times sx_{ij} + b)\}^2$$

スケジュールデータセットの値

メタモデル作成手法２　最適化法

- 制約条件

① $0.0 \leqq a_j \leqq 1.0 \ (j=1\sim J)$

② アクティビティ n が複数のアクティビティ に分岐する場合：

③ $a_n \geqq a_b$ （$a_b \in B$　ただし、Bはアクティビティ n から分岐するアクティビティの集合）

④ アクティビティ n に複数のアクティビティ が合流する場合：

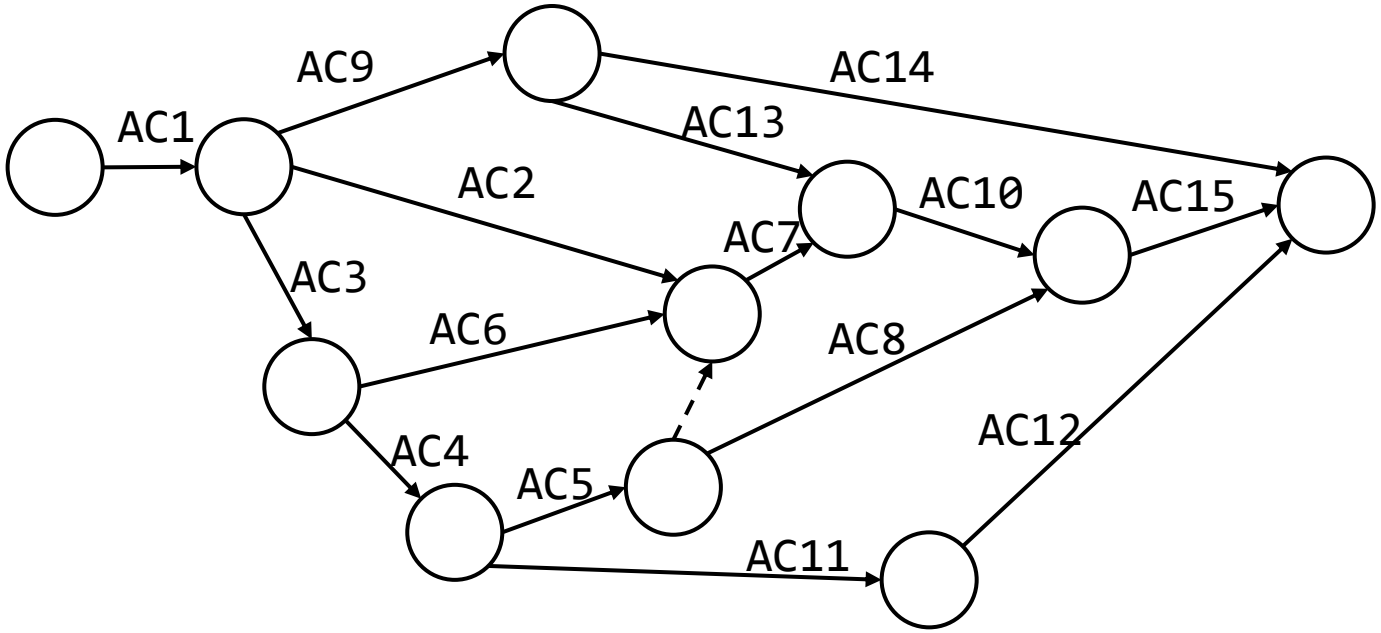
⑤ $a_m \leqq a_n$ （$a_m \in M$　ただし、M はアクティビティ n に合流するアクティビティの集合）

⑥ アクティビティ n が 必ずクリティカル・パスに含まれる場合：

$a_n = 1.0$

数値計算例

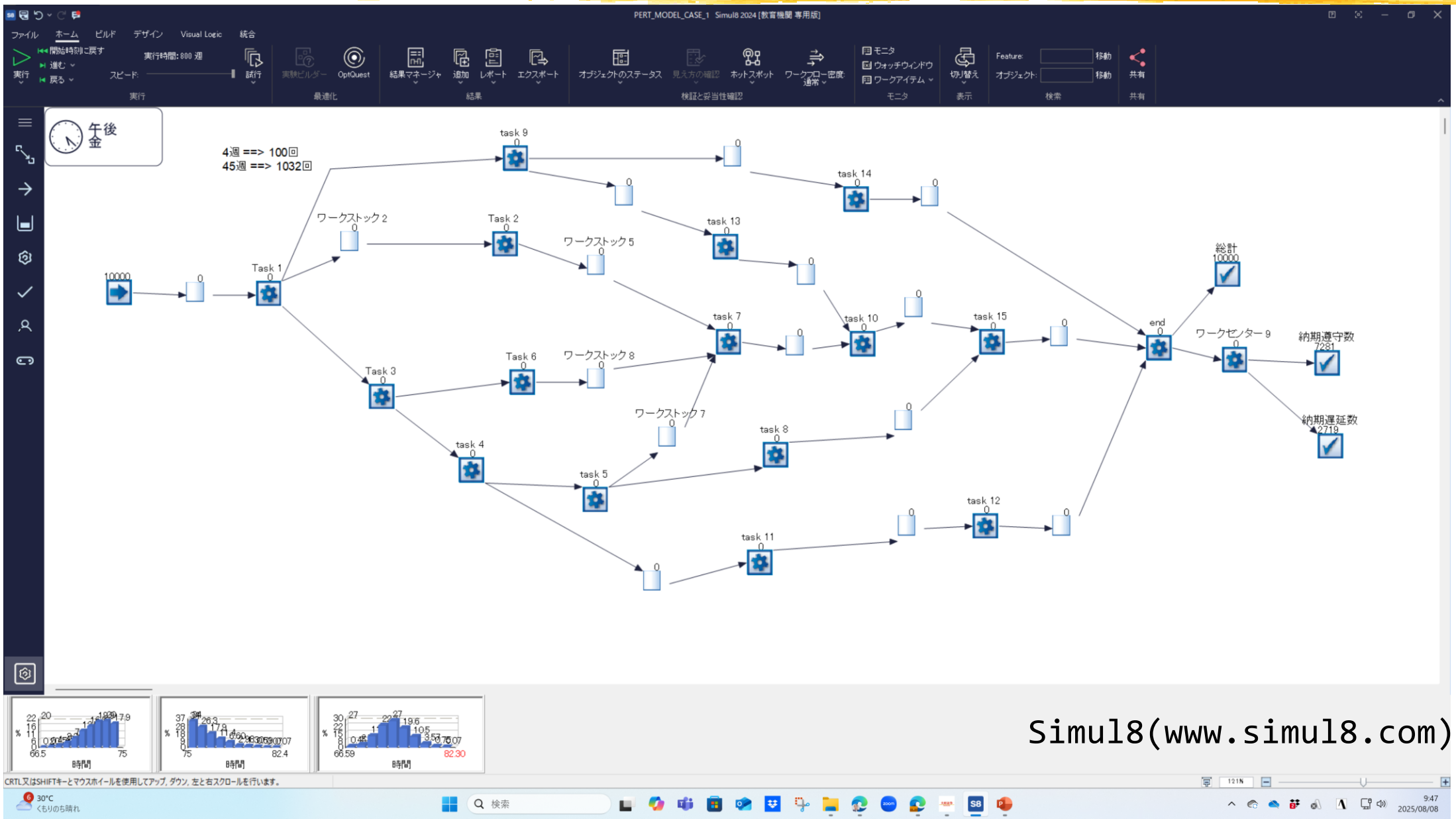
スケジュール・ネットワーク図



アクティビティ時間　（日）
三角分布パラメータ

アクティビティ	楽観値	最頻値	悲観値
AC1	9	10	11
AC2	18	20	22
AC3	8	10	11
AC4	9	10	11
AC5	10	11	12
AC6	10	18	26
AC7	9	10	11
AC8	18	20	25
AC9	20	25	30
AC10	8	10	11
AC11	17	20	25
AC12	17	20	25
AC13	10	12	15
AC14	25	30	40
AC15	8	10	15

数値計算例　シミュレーションモデル



Simul8(www.simul8.com)で作成

数値計算例　スケジュールデータセット

プロジェクト期間（日）

アクティビティ時間　（日）

ID	duration	AC1	AC2	AC3	AC4	AC5	AC6	AC7	AC8	AC9	AC10	AC11	AC12	AC13	AC14	AC15
1	74.252	9.843	20.159	9.188	9.580	10.433	21.583	9.968	19.814	25.398	9.460	19.805	22.571	11.641	30.080	14.211
2	74.963	9.486	21.560	10.078	10.404	11.164	14.921	9.988	21.850	28.899	8.841	18.084	18.455	13.279	36.579	11.401
3	78.260	10.384	19.677	10.478	10.270	10.675	16.148	9.886	23.218	24.193	10.245	21.172	21.185	11.253	28.782	13.235
4	73.266	9.830	19.489	10.028	9.637	11.705	18.645	10.698	21.681	23.721	9.437	23.758	20.013	12.135	27.615	10.183
5	73.165	9.262	19.060	9.327	10.750	11.007	21.019	9.753	20.028	22.649	8.454	20.126	18.700	11.549	37.201	12.790
6	71.557	9.465	21.264	9.817	9.924	10.994	18.769	9.894	21.033	28.161	8.805	22.430	19.921	11.973	27.868	9.384
7	72.906	9.950	21.499	8.507	10.255	10.829	20.018	10.705	18.774	28.747	9.645	18.860	19.291	13.536	27.780	11.028
8	72.988	10.121	19.519	9.662	10.412	10.502	18.871	10.621	20.653	23.798	9.918	20.268	20.803	11.636	28.677	11.639
9	71.483	10.280	20.250	8.859	10.206	11.340	18.756	10.007	19.312	25.625	10.118	20.740	20.901	11.733	29.956	10.673
10	73.480	10.166	19.630	9.862	10.692	10.812	18.547	9.628	21.157	24.074	9.978	22.379	20.381	12.923	28.450	10.720
11	72.363	9.750	20.322	8.811	10.674	10.921	20.335	10.490	19.238	25.804	9.299	20.022	18.458	10.114	31.325	12.418
12	73.555	10.054	18.957	8.532	9.651	10.200	23.155	10.299	18.813	22.393	9.821	17.490	21.715	13.093	36.034	11.693
13	72.126	10.144	18.254	9.524	9.878	11.130	15.684	9.444	20.369	20.636	9.950	20.627	21.953	11.463	31.621	11.011
14	75.353	9.793	19.103	10.336	10.139	11.698	13.096	9.714	22.732	22.757	9.374	19.655	19.226	12.891	26.050	10.656
15	76.602	10.251	21.039	10.201	10.216	11.116	17.392	10.149	22.270	27.598	10.083	20.112	20.225	12.453	30.202	12.548
16	71.473	9.193	18.364	9.959	9.711	11.518	20.118	10.518	21.447	20.909	8.334	20.098	22.513	11.277	28.640	9.578

⇩

1万件のデータセットを作成

求めたメタモデルと重要度

アクティビティ	係数	最適化法	割合法
AC1	a_1	1.0	1.0
AC2	a_2	0.00515	0.0
AC3	a_3	0.648	0.914
AC4	a_4	0.648	0.831
AC5	a_5	0.554	0.592
AC6	a_6	0.0686	0.0833
AC7	a_7	0.0743	0.180
AC8	a_8	0.682	0.496
AC9	a_9	0.0743	0.060
AC10	a_{10}	0.0743	0.206
AC11	a_{11}	0.247	0.239
AC12	a_{12}	0.251	0.239
AC13	a_{13}	0.0743	0.028
AC14	a_{14}	0.0618	0.060
AC15	a_{15}	0.738	0.701
---	b	4.52	2.98

- 重要度を示すメタモデルの係数は、係数 a_1 を除き、割合法と最適化法に差異
- 接続しているアクティビティ間の重要度大小関係は、どちらの方法も同じ
  - AC9，AC13，AC14：
    どちらも
    AC9≧AC13，AC9＞AC14
  - AC8，AC10，AC15：
    どちらも
    AC15＞AC8，AC15＞AC10

求めたメタモデルの検証　プロジェクト期間予測

シミュレーションとメタモデルによる予測値の差

（シミュレーションによる期間ー予測による期間）

学習データによるメタモデルの予測精度

	最適化法	割合法
平均	0.0	0.0
標準偏差	1.025	1.035

- シミュレーションで算出したプロジェクト期間とメタモデルにより算出したプロジェクト期間の差はほぼない
- 標準偏差はどちらも1.0日程度
- 割合法と最適化法ともに，メタモデルのパラメータを適切に求めている

求めたメタモデルの検証　プロジェクト期間予測

シミュレーションとメタモデルによる予測値の差

（シミュレーションによる期間ー予測による期間）

テストデータによるメタモデルの予測精度

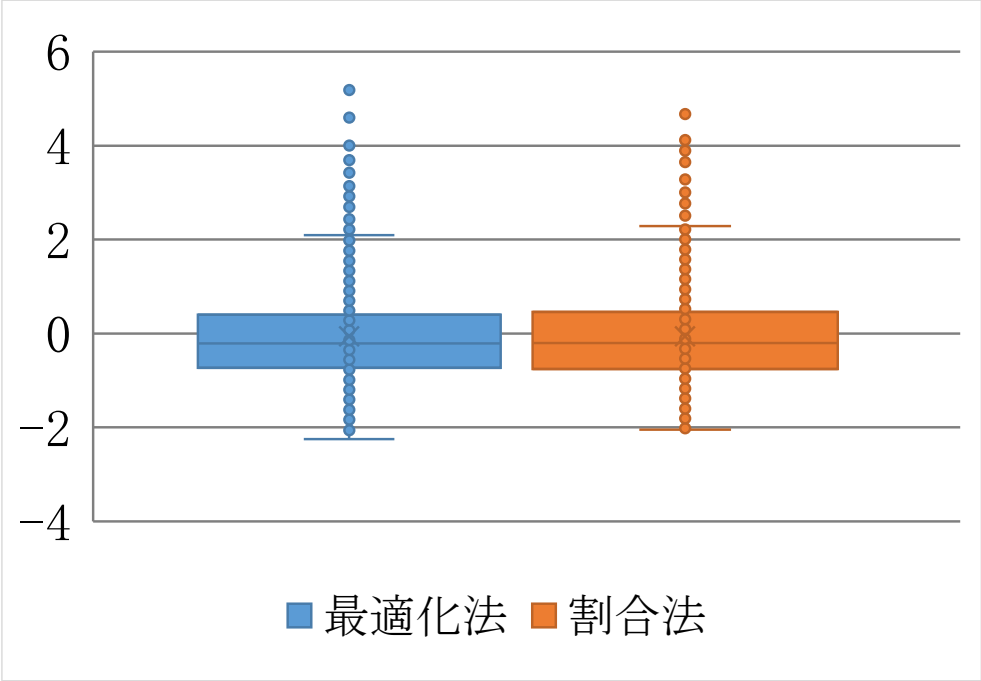
	最適化法	割合法
平均	-0.0622	-0.0575
標準偏差	0.958	0.973

- 割合法と最適化法どちらもシミュレーションで算出したプロジェクト期間との差の標準偏差が1.0日程度
- アクティビティ時間の最頻値で算出するプロジェクト期間が71日であることから、メタモデルの予測値との差は，2σで2.8%以内

メタモデルの検証　プロジェクト期間の予測

プロジェクト期間の予測誤差の分布

（シミュレーションで求めた期間－予測期間）



テストデータによりシミュレーションで
求めたプロジェクト期間とメタモデルで
予測した値との差の分布

- 最適化法によるメタモデルの方が離れ値が多少多いが、割合法と大きな差はない

メタモデルの検証　理論プロジェクト期間との差異

メタモデルによるプロジェクト期間予測の検証（日）

	期間の理論値	最適化法		割合法	
		期間	差	期間	差
楽観値で計算	62.0	62.6	-0.554	62.4	-0.399
最頻値で計算	71.0	72.0	-1.00	72.4	-1.39
悲観値で計算	85.0	86.4	-1.37	86.1	-1.12
理論値との差の平均値		——	-0.974	——	-0.969

- 最適化法、割合法による理論値との差の平均：

  -0.974，-0.969

➔大きな差は見られない

各アクティビティ期間を楽観値、最頻値、悲観値とした場合のプロジェクト期間（理論値）と、メタモデルに楽観値、最頻値、悲観値をそれぞれ入力した場合のプロジェクト期間との差

考察

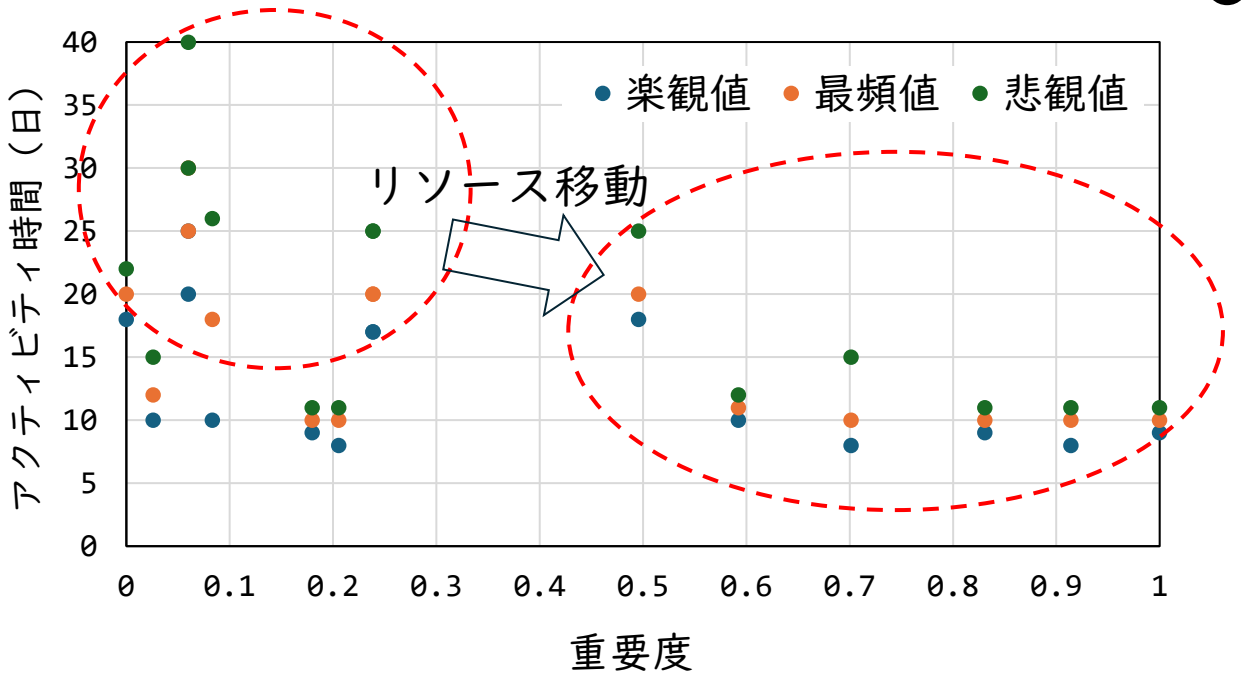
- 最適化法と割合法で重要度の値が異なる
  - 最適化法で求めた重要度：AC15，AC8，AC3，AC4，AC5の順
  - 割合法で求めた重要度：AC3，AC4，AC15，AC5，AC8の順
- 重要度が上位となるアクティビティは同じ
- どちらの手法もプロジェクト遂行において留意すべきアクティビティの特定ができている
- 最適化法はブラックボックスモデル
  - 割合法に比べてスケジュール・ネットワークの構造と重要度の因果関係を説明することが難点
  - クリティカル・パスをあらかじめ洗い出す必要がない
  - 大規模で分岐合流の多いスケジュール・ネットワークには有効な手法

メタモデルの活用例

- プロジェクト・スケジュール・ネットワークを線形式からなるメタモデルにすることで、
- 少ない計算資源で、
- スケジュール・ネットワークに関するさまざまな演算をおこなうことが可能となる

メタモデルの活用例1

プロジェクト計画段階での各アクティビティへのリソース配分



- 重要度が小さいアクティビティから、大きいアクティビティにリソースの移動を検討
- 最適化問題として扱える
  - 目的関数

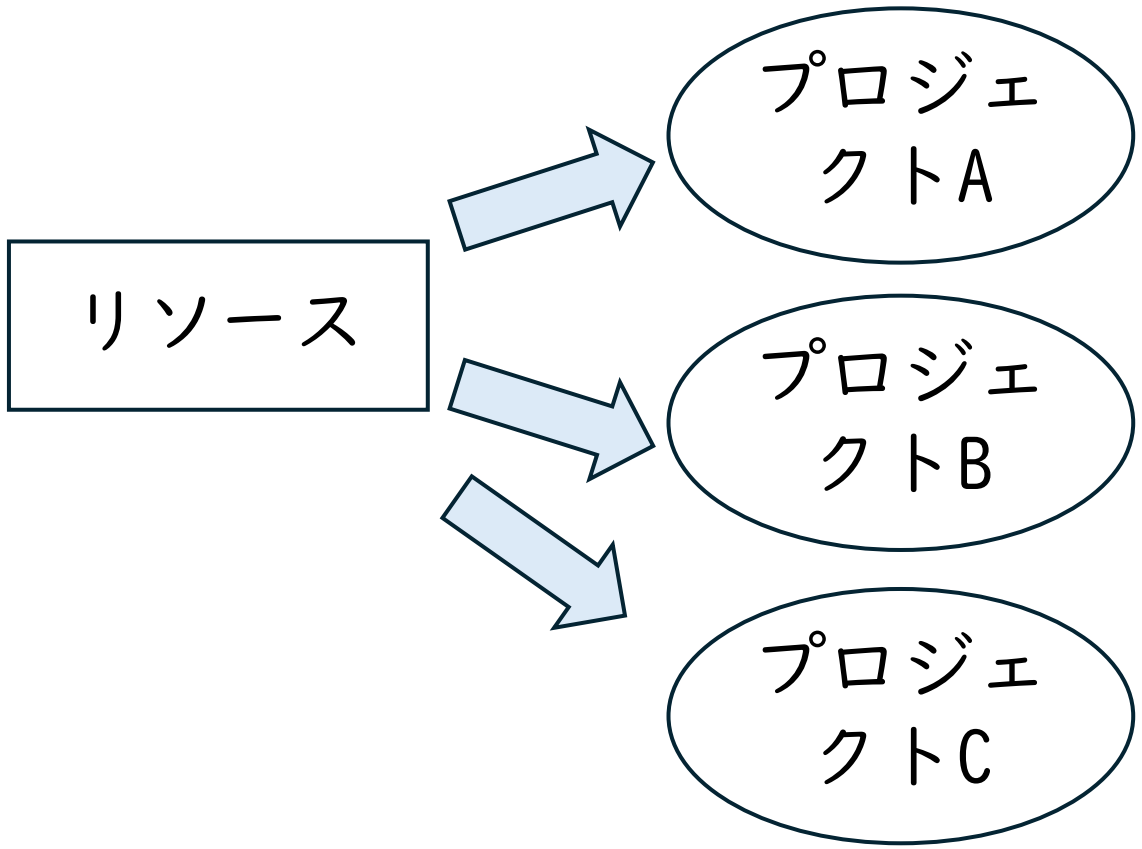
    プロジェクト期間　－＞　最小化
  - 制約条件

    アクティビティ時間とリソースの関係を示す関数
  - 決定変数

    各アクティビティへのリソース配分量

メタモデルの活用例2

プログラムにおける各プロジェクトへのリソース配分



- 重要度が大きいアクティビティに、リソースの追加を検討
- 最適化問題としても扱える
  - ・目的関数

    プロジェクトiの期間の合計　－＞　最小化
  - ・制約条件

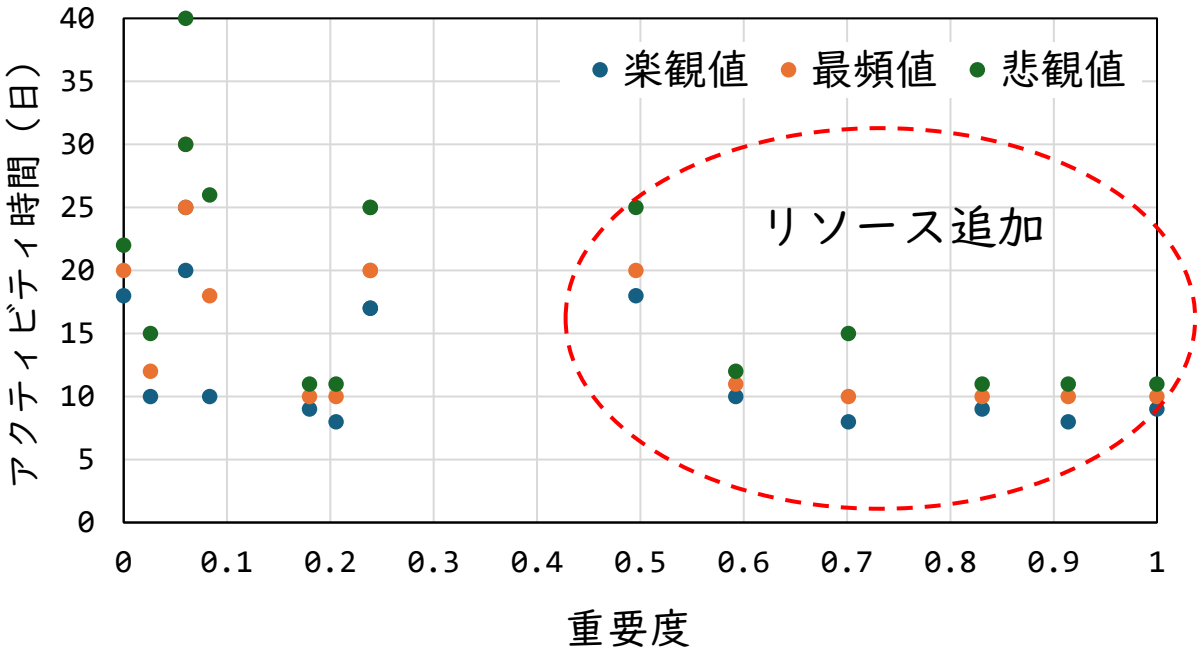
    アクティビティ時間とリソースの関係を示す関数

    プロジェクトiの期間　＜　許容期間
  - ・決定変数

    各アクティビティへのリソース配分量

メタモデルの活用例3

プロジェクト遂行段階でのプロジェクト期間の動的な予測



- アクティビティ時間変動が生じた場合
  - メタモデルにより期間への影響を評価
- 遅れが生じている場合
  - 重要度が大きいアクティビティにリソースの追加を検討
  - メタモデルにより期間短縮効果を予測

まとめと今後の課題

●まとめ

- プロジェクト期間を予測するメタモデルを用いて、プロジェクト・スケジュール・ネットワークにおける各アクティビティの重要度を定量的に評価する手法を検討
- シミュレーション結果からメタモデルを作成する方法として、割合法と最適化法を示
- 数値実験により性能を比較
- メタモデルの活用案を提示

まとめと今後の課題

●今後の課題

- アクティビティ時間変動が想定した範囲を超える場合にメタモデルの精度が低下

  ➔アクティビティ時間変動の条件を変更した再シミュレーションとメタモデル更新を含む対応方法の開発が必要

- 最適化法では求解にあたり初期値の与え方が重要

  ➔安定した解を求める方法を検討を要す

- 提案したメタモデルはアクティビティを並行して実行する状況を考慮できない

  ➔リソースの山積み状態を評価不能

  ➔各アクティビティの実行時期を考慮しリソースの山積み状態を評価するためのくふうが必要

おしまい

Q&A

本研究はJSPS科研費24K07936の助成を受けたものです.

参考文献

[1] DIAMONDハーバード･ビジネス･レビュー編集部：アジャイル化するプロジェクトマネジメント, DIAMONDハーバード・ビジネス・レビュー2022年2月号 (2022)

[2] 加藤昭吉：「計画の科学」，講談社（1965）

[3] Special Projects Office, Bureau of Naval Weapons, “Department of the Navy, Washington D.C.: Program Evaluation Research Task (PERT)”, Summary Report; Phase 1 (1958)

[4] Hartmann S. and Briskorn, D.: “An updated survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem”, European Journal of Operational Research, Vol. 297, Issue 1, pp. 1-14 (2022)

[5] 石井信明，三点見積り再考，第15回横幹連合コンファレンス, ID E-5-4 (東京科学大学，大岡山キャンパス，東京)（2024）

[6] Nakade, K., Narumi, T.: “Indices to Critical Activities in Stochastic PERT Networks”, In 2015 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management IEEM, pp. 666-670 (2015)

[7] 木藤駿哉，石井信明：プロジェクト期間短縮のための複数資源の最適配分手法， 2024年度日本経営工学会秋季大会予稿集, ID 304, pp. 126-127 (松江市　くにびきメッセ)（2024)

[8] 大鑄史男：多状態システムにおける重要度について， 数理解析研究所講究録，第2078 巻，pp．25-31 (2018)

[9] Barton, R. R.: Tutorial: “Metamodeling for simulation”, Proceedings of the 2020 Winter Simulation Conference, pp. 1102-1116 (2020)

[10] Kumar, N. S. and Sridharan, R.: “Simulation-based metamodels for the analysis of scheduling decisions in a flexible manufacturing system operating in a tool-sharing environment”, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 51, pp.341–355 (2010)

[11] Ruane, P., Walsh, P., and Cosgrove, J.: “Development of a digital model and metamodel to improve the performance of an automated manufacturing line”, Journal of Manufacturing Systems, Vol. 65, pp. 538-549 (2022)

[12] 日本プロジェクトマネジメント協会：「改訂４版 Ｐ２Ｍプログラム＆プロジェクトマネジメント標準ガイドブック」，日本能率協会マネジメントセンター (2024)